

PHÂN TÍCH ĐỘNG HỌC CỦA DẦM TIMOSHENKO CHỊU NHIỀU TẢI TRỌNG DI ĐỘNG VÀ ẢNH HƯỞNG CỦA NHIỆT ĐỘ BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN

DYNAMIC ANALYSIS OF TIMOSHENKO BEAMS UNDER MOVING MANY LOADS AND THE EFFECT OF TEMPERATURE BY THE FINITE ELEMENT METHOD (FEM)

Nguyễn Văn Luật*,

Trần Thị Thu Thủy, Nguyễn Thị Thu Hương

TÓM TẮT

Bài báo nghiên cứu ứng xử động học của dầm Timoshenko dựa trên phương pháp phần tử hữu hạn, trong đó xây dựng công thức phần tử hữu hạn với ba chuyển vị nút cho dầm chịu nhiều tải trọng di động và ảnh hưởng của nhiệt độ. Kết quả tính đưa ra được ứng xử động học của dầm chịu nhiều tải trọng điều hòa di động và sự thay đổi của nhiệt độ, trong đó có so sánh với dầm Bernoulli. Nghiên cứu dầm Timoshenko bằng phương pháp phần tử hữu hạn đã có nhiều tác giả quan tâm nghiên cứu, tuy nhiên điểm khác biệt của bài báo là ở cách xây dựng công thức phần tử hữu hạn trực tiếp từ nguyên lý năng lượng cực tiểu với cách lựa chọn hàm dạng Kosmatka dựa trên đặc điểm của dầm.

Từ khóa: Dầm Timoshenko, tải trọng động, biến dạng nhiệt, phương pháp phần tử hữu hạn (FEM).

ABSTRACT

The article studies the dynamic behavior of Timoshenko beams based on finite element method which builds the element formula FEM for Timoshenko beam under moving harmonic load with three nodal displacement. The calculated results show dynamic behavior of beam under action of moving harmonic many loads, which are compared with Bernoulli beams. Timoshenko beams which used FEM method has been researched by many authors, but the difference of the article is the way to construct the FEM directly from the principle of minimum energy with the selection of Kosmatka shape function based on the characteristics of the beam.

Keywords: Timoshenko beam, moving load, temperature deformation, finite element methods (FEM).

Khoa Cơ khí, Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội

*Email: luatnv1980@gmail.com

Ngày nhận bài: 30/8/2018

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 06/3/2019

Ngày chấp nhận đăng: 25/4/2019

1. MỞ ĐẦU

Trong nghiên cứu [10] tác giả đã trình bày phương pháp phần tử hữu hạn (PTHH) ứng dụng với mô hình dầm dầm Timoshenko chịu một tải trọng di động, trong nghiên cứu

này nhóm tác giả tiếp tục nghiên cứu với nhiều tải trọng di động đồng thời và có sự thay đổi của nhiệt độ. Điều này cho phép nghiên cứu có thể ứng dụng mô phỏng động học với các mô hình bài toán đa dạng hơn. Trong thực tế ảnh hưởng của nhiệt độ tới biến dạng của vật liệu là đáng kể, nhất là trong các chi tiết máy, kết cấu với môi trường làm việc ở nhiệt độ cao. Ngoài ra các kết cấu dầm thường chịu nhiều tải trọng di động đồng thời như các kết cấu cầu, đường ray dưới tác động của các phương tiện giao thông. Mô hình dầm Timoshenko bằng các phương pháp số đã được nhiều nhà khoa học trong và ngoài nước quan tâm nghiên cứu trong đó có sử dụng phương pháp PTHH [2,3,4], như ứng xử động học với dầm Bernoulli đã được công bố trong [7], với mô hình Timoshenko cũng được phân tích trong hầu hết các bài toán về dầm [6] trong đó sử dụng phương trình vi phân cân bằng cho một phần tử dầm cho ra các hàm dạng có khả năng hội tụ nhanh. Tuy nhiên điểm khác biệt trong cách tiếp cận của bài báo là các ma trận độ cứng, ma trận khối lượng, véc tơ lực nút và lực nhiệt được xây dựng trực tiếp dựa trên nguyên lý năng lượng cực tiểu, từ phiếm hàm năng lượng thiết lập được qua chuyển vị nút với các hàm dạng được chọn dựa trên các hàm dạng của Kosmatka theo đặc trưng của dầm Timoshenko, trong đó chứa tham số biến dạng trượt. Thuật toán số để tính toán cho bài toán động dựa trên thuật toán lặp Newmark. Các kết quả tính được so sánh với mô hình dầm Bernoulli để thấy được ứng xử động học thay đổi giữa hai mô hình dầm.

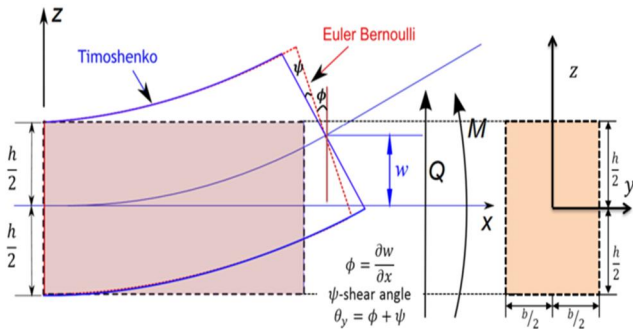
2. XÂY DỰNG CÔNG THỨC PHẦN TỬ HỮU HẠN

Với sự xuất hiện của biến dạng trượt mô hình dầm Timoshenko giả thuyết rằng thiết diện ngang phẳng sau biến dạng vẫn phẳng nhưng không còn trực giao với lớp trung hòa, biến dạng dọc trục và biến dạng trượt cho bởi [5]:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial \theta}{\partial x} \quad \psi = \theta - \frac{\partial w}{\partial x} \quad (1)$$

Xem xét phần tử dầm mặt cắt hình chữ nhật với mỗi nút có 3 chuyển vị nút u , w , θ lần lượt là chuyển vị dọc trục theo phương x , chuyển vị theo phương z , góc xoay của mặt cắt

ngang, Do có biến dạng trượt nên u, ω, θ độc lập với nhau và không phụ thuộc vào z .



Hình 1. Mô hình dầm Timoshenko

Các thành phần ứng suất theo định luật Húc được xác định bởi

$$\sigma_x = E\epsilon_x, \tau = \kappa G(\theta - \frac{\partial w}{\partial x}) \quad (2)$$

Khi chịu tác động của nhiệt độ: Giả sử nhiệt độ của dầm tăng thêm T độ, sự thay đổi nhiệt độ ảnh hưởng đến chiều ngang của dầm rất nhỏ nên có thể bỏ qua biến dạng này. Khi nhiệt độ thay đổi nhỏ và không ảnh hưởng đến sự thay đổi hệ số giãn nở nhiệt thì chiều dài của dầm thay đổi một khoảng δ_T (δ_T có thể dương hoặc âm khi nhiệt độ tăng hoặc giảm tương ứng) $\delta_T = \alpha L$. Trong đó, α là hệ số giãn nở nhiệt của vật liệu là một trong những đặc trưng cơ học của vật liệu, với thép $\alpha = 12.10^{-6}$ ($1/^\circ C$), với aluminum $\alpha = 23.10^{-6}$ ($1/^\circ C$), L là chiều dài của phần tử dầm.

$$\text{Biến dạng dọc trục do nhiệt là: } \epsilon_T = \alpha T \quad (3)$$

Khi đó ứng suất tại điểm nào đó của phần tử dầm được xác định bởi:

$$\sigma = E(\epsilon_x - \epsilon_T) \quad (4)$$

Hàm năng lượng biến dạng của một phần tử dầm có dạng [3]:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_V [\sigma\epsilon + \tau\psi] dV = \frac{1}{2} \int_V [(\epsilon_x - \epsilon_T)E(\epsilon_x - \epsilon_T) + \tau\psi] dV \\ &= \frac{1}{2} \int_V E(\epsilon_x^2 - 2\epsilon_T\epsilon_x + \epsilon_T^2) dV + \frac{1}{2} \int_V \tau\psi dV \\ &= \frac{1}{2} \int_V E\epsilon_x^2 dV + \frac{1}{2} \int_V \tau\psi dV - \int_V E\epsilon_T\epsilon_x dV + \frac{1}{2} \int_V E\epsilon_T^2 dV \end{aligned} \quad (5)$$

Thay (1), (2) vào biểu thức năng lượng (5) thu được:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_{-h/2}^{h/2} E b (u_{,x}^2 - 2z u_{,x} \theta_{,x} + z^2 \theta_{,x}^2) dx dz \\ &+ \frac{\kappa}{2} \int_0^L G A (\theta - w_{,x})^2 dx - \int_0^L \int_{-h/2}^{h/2} E b (u_{,x} - z \theta_{,x}) \epsilon_T dx dz \quad (6) \\ &+ \frac{1}{2} \int_V E \epsilon_T^2 dV \end{aligned}$$

$$\text{Do } u_{,x}, \theta_{,x} \text{ không phụ thuộc vào } z \text{ nên } \int_{-h/2}^{h/2} z u_{,x} \theta_{,x} dV = 0$$

từ (6) nhận được biểu thức năng lượng:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_0^L (E A u_{,x}^2 + E I \theta_{,x}^2) dx + \frac{\kappa}{2} \int_0^L G A (\theta - w_{,x})^2 dx \\ &- \int_0^L E A u_{,x} \epsilon_T dx + \frac{1}{2} \int_V E \epsilon_T^2 dV \end{aligned} \quad (7)$$

$$\text{Trong đó, } I = \int_{-h/2}^{h/2} z^2 dz, A = b.h, dV = A dx, \kappa: \text{ hệ số điều}$$

chỉnh cho độ vênh của thiết diện ngang, với mặt cắt hình chữ nhật theo tài liệu [2] thì $\kappa = 5/6$.

Nội suy các chuyển vị của dầm qua các chuyển vị nút \mathbf{d} :

$$u = \mathbf{N}_u \mathbf{d}, \omega = \mathbf{N}_\omega \mathbf{d}, \theta = \mathbf{N}_\theta \mathbf{d} \quad (8)$$

đặt vào biểu thức năng lượng thu được

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_0^L \mathbf{d}^T \mathbf{E} \mathbf{A} \mathbf{N}_{u,x}^T \mathbf{N}_{u,x} \mathbf{d} dx + \frac{1}{2} \int_0^L \mathbf{d}^T \mathbf{E} \mathbf{I} \mathbf{N}_{\theta,x}^T \mathbf{N}_{\theta,x} \mathbf{d} dx \\ &+ \frac{\kappa}{2} \int_0^L \mathbf{d}^T \mathbf{G} \mathbf{A} (\mathbf{N}_{\omega,x} - \mathbf{N}_\theta)^T (\mathbf{N}_{\omega,x} - \mathbf{N}_\theta) \mathbf{d} dx \\ &- \int_0^L \mathbf{d}^T \mathbf{E} \mathbf{A} \mathbf{N}_{u,x} \epsilon_T dx + \frac{1}{2} \int_V E \epsilon_T^2 dV \end{aligned} \quad (9)$$

Giả sử dầm chịu tác động của nhiều tải trọng điều hòa $F_i = P_i \cos \Omega t$ ($i = 1, \dots, N_f$) chuyển động với cùng vận tốc v trên dầm.

Sử dụng nguyên lý năng lượng cực tiểu dẫn đến phương trình cân bằng giữa công của nội lực với công của ngoại lực và lực quán tính trên chuyển dịch khả dĩ động học thu được phương trình phần tử hữu hạn cho kết cấu:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{D}} + \mathbf{K} \mathbf{D} = \mathbf{F} + \mathbf{F}_T \quad (10)$$

Trong đó, \mathbf{M} là ma trận khối lượng kết cấu, mật độ khối lượng ρ .

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^{N_e} (\mathbf{m})_i, \mathbf{m} = \int_0^L \rho \mathbf{A} \mathbf{N}^T \mathbf{N} dx, \mathbf{D} = \sum_{i=1}^{N_e} (\mathbf{d})_i \quad (11)$$

\mathbf{K} là ma trận độ cứng kết cấu, \mathbf{F}_T là véc tơ lực nhiệt, N_e là số phần tử

$$\begin{aligned} \mathbf{K} &= \sum_{i=1}^{N_e} (\mathbf{k})_i, \mathbf{K} = \mathbf{K}_b + \mathbf{K}_s, \mathbf{F}_T = \sum_{i=1}^{N_e} (\mathbf{f}_T)_i, \\ \mathbf{F} &= \sum_{i=1}^{N_e} P_i \cdot \cos(\Omega t) \cdot \mathbf{N}_\omega^T \end{aligned} \quad (12)$$

Với

$$\mathbf{K}_b = \int_0^L EA \mathbf{N}_{u,x}^T \mathbf{N}_{u,x} dx + \int_0^L EI \mathbf{N}_{\theta,x}^T \mathbf{N}_{\theta,x} dx$$

$$\mathbf{K}_s = \kappa \int_0^L GA (\mathbf{N}_{\omega,x} - \mathbf{N}_{\theta})^T (\mathbf{N}_{\omega,x} - \mathbf{N}_{\theta}) dx \quad (13)$$

$$\mathbf{F}_T = \int_0^L EA \mathbf{N}_{u,x} \varepsilon_T dx$$

\mathbf{K}_b , \mathbf{K}_s có thể gọi là ma trận độ cứng uốn, độ cứng trượt tương ứng của phần tử.

Do u , ω , θ độc lập trong lý thuyết dầm Timoshenko nên trong phân tích PTHH thường hay sử dụng hàm dạng nội suy tuyến tính cho các chuyển vị nút này, nhưng khi áp dụng tính toán lại hay xảy ra hiện tượng nghẽn trượt do các hàm dạng không đặc trưng đúng cho cấu hình biến dạng của dầm. Để tránh hiện tượng này thì trong tính toán PTHH thường hay sử dụng tính tích phân hàm năng lượng dựa trên phép cầu phương Gauss [3]. Cách tiếp cận của bài báo để tránh hiện tượng nghẽn trượt, ngoài ra theo (1) giữa chuyển vị ngang và góc quay vẫn có ảnh hưởng lẫn nhau, có thể sử dụng hàm dạng tuyến tính cho chuyển vị dọc trục u và góc quay θ , hàm dạng Kosmatka [6] chứa tham số biến dạng trượt ϕ cho chuyển vị ngang ω :

$$\begin{pmatrix} u \\ \omega \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{N}_u \\ \mathbf{N}_\omega \\ \mathbf{N}_\theta \end{pmatrix} \mathbf{d} \quad (14)$$

Trong đó:

$$\mathbf{d} = (u_1 \quad \omega_1 \quad \theta_1 \quad u_2 \quad \omega_2 \quad \theta_2)^T$$

$$\mathbf{N}_u = \begin{bmatrix} \frac{L-x}{L} & 0 & 0 & \frac{x}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N}_\omega = \begin{bmatrix} 0 & N_{\omega_1} & N_{\omega_2} & 0 & N_{\omega_3} & N_{\omega_4} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{N}_\theta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{L-x}{L} & 0 & 0 & \frac{x}{L} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$N_{\omega_1} = \frac{1}{1+\phi} \left(2 \frac{x^3}{L^3} - 3 \frac{x^2}{L^2} - \phi \frac{x}{L} + 1 + \phi \right),$$

$$N_{\omega_2} = \frac{L}{1+\phi} \left(\frac{x^3}{L^3} - \left(2 + \frac{\phi}{2} \right) \frac{x^2}{L^2} + \left(1 + \frac{\phi}{2} \right) \frac{x}{L} \right)$$

$$N_{\omega_3} = -\frac{1}{1+\phi} \left(2 \frac{x^3}{L^3} - 3 \frac{x^2}{L^2} - \phi \frac{x}{L} \right),$$

$$N_{\omega_4} = \frac{L}{1+\phi} \left(\frac{x^3}{L^3} - \left(1 - \frac{\phi}{2} \right) \frac{x^2}{L^2} - \frac{\phi x}{2L} \right)$$

Đặt các hàm dạng trong (12) vào (11) thu được các ma trận độ cứng, véc tơ lực nhiệt của phần tử dầm Timoshenko.

$$\mathbf{f}_T = EA \alpha T (-1 \quad 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0)^T$$

$$\mathbf{K}_b = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EI}{L} & 0 & 0 & -\frac{EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{EI}{L} & 0 & 0 & \frac{EI}{L} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{K}_s = \frac{\kappa GA (\phi^2 + 2\phi + \frac{6}{5})}{1+\phi} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{L} & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{L}{4} & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{L}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L} & -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{L} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{L}{4} & 0 & -\frac{1}{2} & \frac{L}{4} \end{bmatrix},$$

$$\phi = \frac{12EI}{\kappa AGL^2} \quad (17)$$

3. ÁP DỤNG VÀ SO SÁNH

Áp dụng các kết quả xây dựng được ở trên với ma trận độ cứng, ma trận khối lượng, véc tơ lực nút và lực nhiệt để phân tích ứng xử động học cho mô hình dầm Timoshenko chịu nhiều tải trọng di động và sự thay đổi của nhiệt độ trong đó có so sánh với dầm Bernoulli. Sử dụng phương pháp gia tốc trung bình trong họ các phương pháp Newmark [3] để xây dựng thuật toán số, với bước thời gian đảm bảo thuật toán ổn định thỏa mãn $\Delta t \leq 2/\omega_{\max}$, ω_{\max} là tần số riêng lớn nhất. Chương trình tính được viết trên phần mềm Matlab.

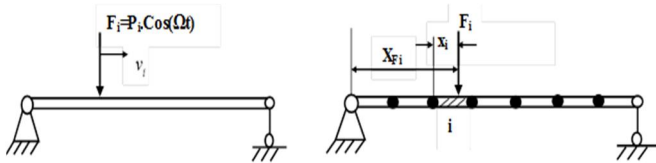
Dầm Bernoulli chịu tải trọng di động với 3 chuyển vị nút thì ma trận độ cứng, ma trận khối lượng được kết hợp từ phần tử dầm Bernoulli 2 nút sử dụng hàm dạng Hermite và phần tử thanh được cho dưới dạng [3]:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$m = \rho AL \begin{bmatrix} 2/6 & 0 & 0 & 1/6 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{156}{420} & \frac{22L}{420} & 0 & \frac{54}{420} & \frac{13L}{420} \\ 0 & \frac{22L}{420} & \frac{4L^2}{420} & 0 & \frac{13L}{420} & \frac{3L^2}{420} \\ 1/6 & 0 & 0 & 2/6 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{54}{420} & \frac{13L}{420} & 0 & \frac{156}{420} & \frac{22L}{420} \\ 0 & \frac{13L}{420} & \frac{3L^2}{420} & 0 & \frac{22L}{420} & \frac{4L^2}{420} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Xét mô hình dầm Timoshenko chịu số tải trọng $N_f = 5$ tải trọng điều hòa di động cách đều nhau, có cùng tần số và vận tốc v (hình 2): $F_i = P_i \cos(\Omega t)$, $i = 1 \dots 5$. Nhiệt độ thay đổi là $\Delta T = 20^\circ C$, $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ ($1/^\circ C$). Dầm thép có chiều dài $L = 20m$, mặt cắt ngang hình chữ nhật có các thông số kích thước, vật liệu và tải trọng: $h = 2b = 0,2m$; $E = 2 \cdot 10^{11} N/m^2$, $G = 8 \cdot 10^{10} N/m^2$, $\rho = 7860$ (kg/m^3), $\kappa = 5/6$, $P_1 = 2000N$, $P_2 = 3000N$, $P_3 = 4000N$, $P_4 = 5000N$, $P_5 = 6000N$.

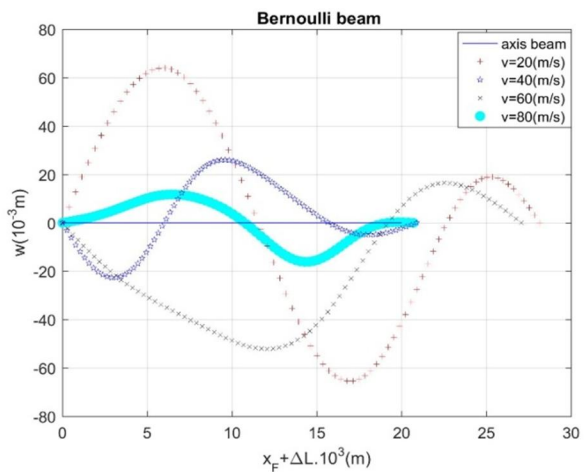
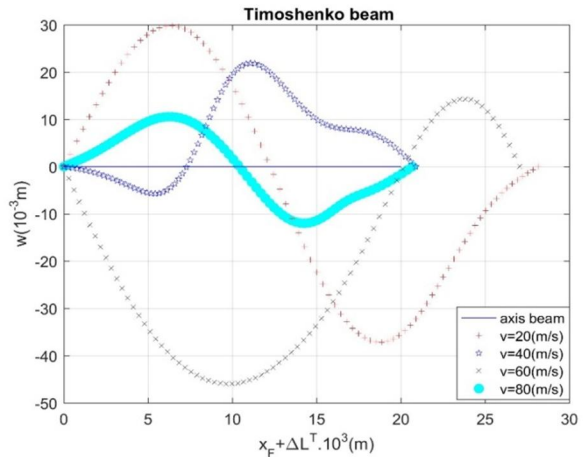
Các kết quả tính trong bảng 1 cho thấy, biến dạng nhiệt của dầm phụ thuộc vào nhiệt độ và vận tốc của tải trọng nhưng không phụ thuộc vào tần số của tải trọng. Sự phụ thuộc của biến dạng nhiệt vào vận tốc hoàn toàn không theo quy luật tuyến tính. So sánh ứng xử động học của mô hình dầm Timoshenko và dầm Bernoulli khi vận tốc và tần số của tải trọng động thay đổi được thể hiện trên các hình 3, 4, 5 (để thấy rõ ảnh hưởng của sự thay đổi nhiệt độ đến biến dạng của dầm thì dịch chuyển theo trục của dầm do nhiệt độ được nhân thêm $10^3 m$). Từ các kết quả thu được cho thấy ảnh hưởng lẫn nhau giữa vận tốc của tải trọng, tần số lực kích động và sự thay đổi nhiệt độ đến ứng xử động học và biến dạng của dầm. Cụ thể ở hình 3 khi tần số lực kích động nhỏ thì ứng xử động học của hai mô hình dầm không khác nhau nhiều nhưng vẫn có sự khác biệt khi vận tốc của các tải trọng nhỏ ($v = 20m/s$). Ở các hình 4 và 5 khi tăng tần số lực kích động thì ứng xử động học của hai mô hình khác nhau rõ rệt khi vận tốc tải trọng nhỏ ($v = 20m/s$), khi vận tốc tải trọng lớn ($v = 80m/s$) thì ứng xử động học của hai mô hình dầm cũng tương tự nhau. Như vậy việc sử dụng mô hình dầm nào tùy thuộc vào từng bài toán cụ thể như bài toán dao động, tải trọng di động có tần số lực kích động nhỏ hoặc vận tốc tải trọng lớn có thể sử dụng mô hình dầm Bernoulli, khi lực kích động có tần số lớn hoặc tải trọng di chuyển với vận tốc nhỏ thì cần phải tính tới ảnh hưởng biến dạng trượt nên mô hình dầm Timoshenko sẽ phù hợp hơn. Qua các hình 3, 4, 5 có thể thấy biên độ dao động của dầm phụ thuộc vào tần số của lực kích động khá rõ, tần số tải trọng càng tăng thì biên độ càng giảm.



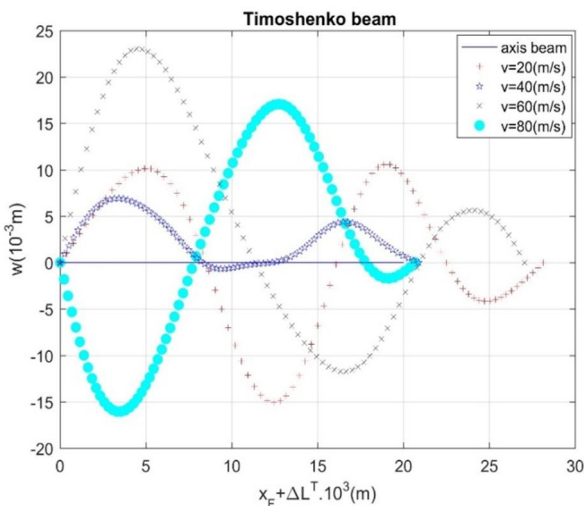
Hình 2. Mô hình dầm chịu nhiều tải trọng di động

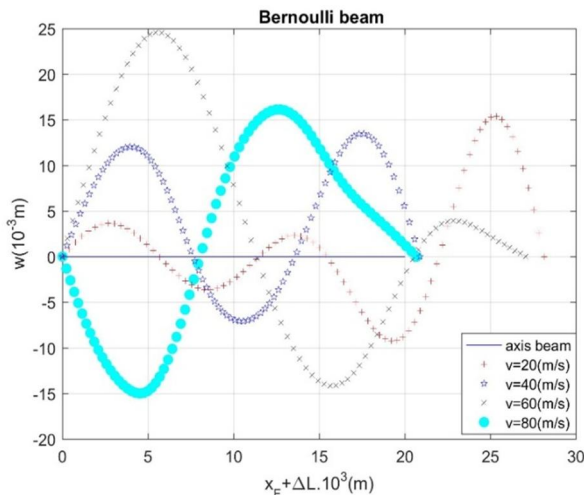
Bảng 1. Sự thay đổi của nhiệt độ, vận tốc đến biến dạng nhiệt của dầm

ΔT	$v = 20m/s$	$v = 40m/s$	$v = 60m/s$	$v = 80m/s$
	ΔL (m)	ΔL (m)	ΔL (m)	ΔL (m)
10	0,0041	0,00044	0,0035	0,00034
20	0,0082	0,00088	0,0071	0,00069
30	0,0122	0,0013	0,0106	0,0010

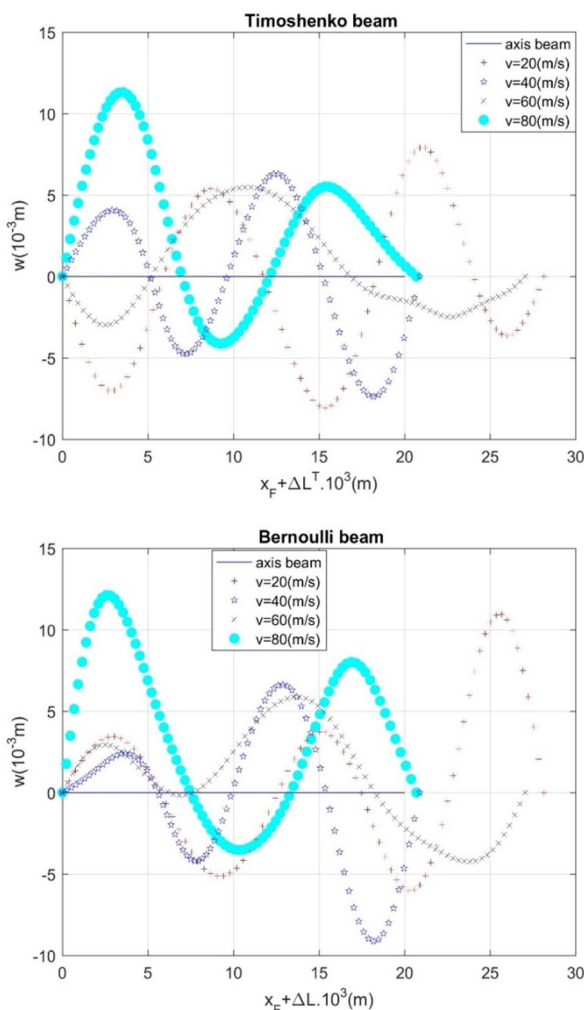


Hình 3. Ứng xử động học dầm Timoshenko và dầm Bernoulli trong trường hợp $\Omega = 20$ (rad/s)





Hình 4. Ứng xử động học dầm Timoshenko và dầm Bernoulli trong trường hợp $\Omega = 40$ (rad/s)



Hình 5. Ứng xử động học dầm Timoshenko và dầm Bernoulli trong trường hợp $z = 60$ (rad/s)

4. KẾT LUẬN

Dưới tác động của nhiều tải trọng đồng thời và sự thay đổi của nhiệt độ bài báo đã đưa ra được ứng xử động

học cho mô hình dầm Timoshenko. Cụ thể xây dựng được thuật toán số cho bài toán dựa trên phương pháp Newmark, chương trình số với thuật toán và công thức PTHH được viết bằng ngôn ngữ Matlab để phân tích ứng xử động học của dầm chịu nhiều tải trọng di động, nhiệt độ. Kết quả nghiên cứu này có thể giúp cho việc mô phỏng ứng xử động học của dầm đa dạng và sát với các bài toán thực tế hơn. Qua các kết quả tính thấy được sự ảnh hưởng rõ rệt của vận tốc, tần số của các tải trọng và sự thay đổi nhiệt độ đến ứng xử động học và biến dạng nhiệt của dầm. So sánh ứng xử động học của dầm Timoshenko với mô hình dầm Bernoulli thì kết quả sai lệch không đáng kể khi tần số kích động của tải trọng nhỏ hoặc vận tốc tải trọng lớn và khác nhau rõ rệt khi lực kích động có tần số lớn hơn do ảnh hưởng của biến dạng trượt bên trong. Từ đó có thể giúp ích cho việc lựa chọn mô hình dầm thích hợp với từng bài toán thực tế.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. T.J.R. Hughes, 2000. *The finite element method. Linear static and dynamic finite element analysis*. Dover publication, Inc., Mineola.
- [2]. I.H. Shames and C.L. Dym, 1985. *Energy and finite element methods in structural mechanics*. McGraw-Hill, New York.
- [3]. Daryl L. Logan, 2007. *A first course in the Element Finite Method*, 4th Edition, Thomson Canada Limited.
- [4]. Y.W. Kwon and H. Bang, 2000. *Finite element method using Matlab*. CRC Press, New York, 2nd edition.
- [5]. D. C. Pham, 2013. *Essential solid mechanics*. Institute of Mechanics, Hanoi.
- [6]. Kosmatka. J.B., 1995. *An improved two-node finite element for stability and natural frequencies of axial-loaded Timoshenko beams*, Computers and Structures. 57, pp. 141-149.
- [7]. Nguyen Dinh Kien, Tran Thanh Hai, 2006. *Dynamic analysis of prestressed Bernoulli beams resting on two-parameter foundation under moving harmonic load*. Vietnam Journal of Mechanics, 28, pp. 176-188.
- [8]. M. Simsek, T. Kocaturk, D. Akbas, 2012. *Dynamic behavior of an axially functionally graded beam under action of a moving harmonic load*. Composite Structures, 94, pp. 2358-2364.
- [9]. K. Rajabi, M.H. Kargarnovin, M. Gharini, 2013. *Dynamic analysis of a functionally graded simply supported Euler - Bernoulli beam subjected to a moving oscillator*. Acta Mechanica, 224, pp. 425-446.
- [10]. Nguyễn Văn Luật, Khuất Đức Dương, Nguyễn Thị Thu Hương, 2018. *Phương pháp phần tử hữu hạn cho dầm Timoshenko chịu tải trọng di động*. Tạp chí Khoa học & Công nghệ, Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội, số 47, 10/2018.

AUTHORS INFORMATION

Nguyen Van Luat, Tran Thi Thu Thuy, Nguyen Thi Thu Huong
Faculty of Mechanical Engineering, Hanoi University of Industry