

## Nghiên cứu lựa chọn mô hình tiếp xúc giữa bánh xe đầu máy và ray để xác định hao mòn bánh xe

### Study on choosing locomotive wheel - rail rolling contact theory for the wheel wear simulation

Tào Văn Chiến

Trường Đại học Giao thông Vận tải

Email: tvchiendmtx@gmail.com

Tel: 02437664042; Mobile: 0963909282

---

#### Tóm tắt

---

##### Từ khóa:

Đầu máy; Mô hình; Hao mòn bánh xe; tiếp xúc

Trong phân tích hao mòn giữa bánh xe và ray, lượng hao mòn được quyết định bởi các tham số trong vùng tiếp xúc như: diện tích tiếp xúc, lực pháp tuyến, lực trượt đàn hồi và suất trượt đàn hồi.... Tuy nhiên, sử dụng các mô hình vận động tiếp xúc khác nhau thì kết quả tính toán các tham số trên sẽ khác nhau, do đó độ chính xác khi xác định hao mòn bánh xe cũng khác nhau. Bài báo trình bày kết quả nghiên cứu tính toán các tham số trong vùng tiếp xúc. Phân tích, so sánh độ chính xác giữa các mô hình, làm căn cứ để lựa chọn mô hình tiếp xúc hợp lý cho quá trình xác định hao mòn bánh xe.

---

#### Abstract

---

##### Keywords:

The locomotive; Model; Wheel wear and rail contact.

In the analysis of vehicle wheel wear, the extent of wheel wear is directly dependent on the contact spot area, normal force, creepage force and creepage rate etc. Different wheel and rail rolling contact theory will give different results of the aforementioned parameters, thus the accuracy of wheel abrasion simulation results also varies. This paper presents the research results of calculated parameters in the contact spot of wheel and rail. The precision of different contact theories is compared and analyzed, which provides a basis for the selection of wheel and rail rolling contact theory in wheel wear simulation.

---

Ngày nhận bài: 02/07/2018

Ngày nhận bài sửa: 03/9/2018

Ngày chấp nhận đăng: 15/9/2018

---

## 1. GIỚI THIỆU

Tiếp xúc giữa bánh xe và ray là vấn đề trọng tâm của nghiên cứu mài mòn bánh xe. Trên thế giới có nhiều tác giả đã tiến hành thí nghiệm và đưa ra các mô hình tiếp xúc khác nhau, sử dụng các mô hình này trong quá trình xác định hao mòn bánh xe sẽ cho kết quả khác nhau.

Đối với tiếp xúc theo phương pháp tuyến, chủ yếu là xác định ứng lực tiếp xúc và hình dạng tiếp xúc, đối với phương tiếp tuyến chủ yếu xác định lực trượt đàn hồi, phân bố vùng nén và vùng trượt. Khi lựa chọn mô hình tính toán, cần khảo sát kết hợp giữa 2 yếu tố là độ chính xác và tốc độ tính toán.

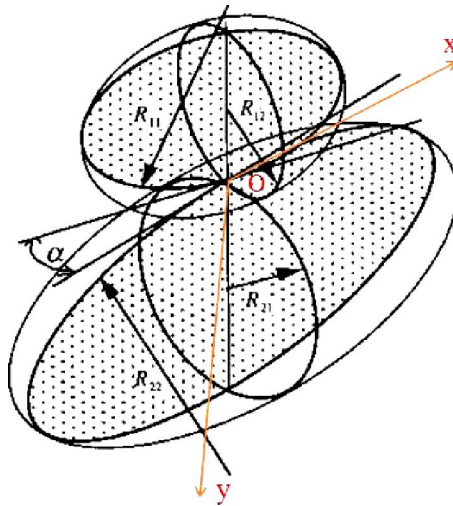
Nội dung của bài báo giới thiệu một số mô hình về tiếp xúc giữa bánh xe và ray, trình bày kết quả trình toán các tham số trong vùng tiếp xúc theo phương pháp tuyến, đồng thời phân tích so sánh để lựa chọn mô hình tối ưu nhất.

## 2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT

### 2.1. Mô hình tiếp xúc của Hertz

Năm 1881, Hertz tiến hành nghiên cứu về tiếp xúc của hai vật thể đàn hồi, đồng thời cho rằng, trong trạng thái bình thường, hai vật thể đàn hồi tiếp xúc với nhau thì hình dạng diện tích tiếp xúc là 1 elip. Khi hai vật thể đàn tính tiếp xúc, điểm tiếp xúc là O, có thể dùng hàm bậc 2 để biểu diễn bề mặt của hai vật thể đàn tính, hai bề mặt đó được biểu diễn như công thức 1 [1,2,3].

$$z_1 = f_1(x, y) \quad z_2 = f_2(x, y) \quad (1)$$



**Hình 1.** Bán kính tiếp xúc của hai vật thể đàn tính

Khoảng cách giữa 2 vật thể đàn tính theo phương pháp tuyến dùng công thức (2) biểu thị:

$$z_1 + z_2 = Ax^2 + By^2 \quad (2)$$

Trong đó:

$A, B$ : Hằng số ;

$x, y$ : Trục dọc và trục ngang của hệ tọa độ.

Giá trị của  $A$  và  $B$  quyết định bởi đặc trưng tiếp xúc hình học và quan hệ tiếp xúc giữa hai vật thể đàn tính, nó được biểu thị như công thức (3).

$$\begin{cases} (A+B) = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{21}} + \frac{1}{R_{22}} \right) \\ (B-A) = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{1}{R_{11}} - \frac{1}{R_{12}} \right)^2 + \left( \frac{1}{R_{21}} - \frac{1}{R_{22}} \right)^2 + 2 \left( \frac{1}{R_{11}} - \frac{1}{R_{12}} \right) \left( \frac{1}{R_{21}} - \frac{1}{R_{22}} \right) \cos 2\alpha \right]^{\frac{1}{2}} \end{cases} \quad (3)$$

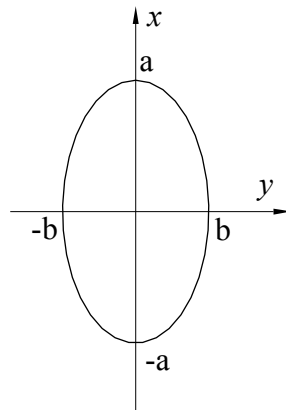
Trong đó:

$\frac{1}{R_{11}}, \frac{1}{R_{12}}$ : Nghịch đảo bán kính theo phương x và phương y tại điểm tiếp xúc của vật thể đàn hồi thứ nhất.

$\frac{1}{R_{21}}, \frac{1}{R_{22}}$ : Nghịch đảo bán kính theo phương x và phương y tại điểm tiếp xúc của vật thể đàn hồi thứ hai.

$\alpha$ : Góc giữa 2 mặt phẳng tiếp tuyến của hai vật thể đàn tính tại điểm tiếp xúc.

Khi bánh xe và ray tiếp xúc với nhau, trục x là trục chuyển động của đầu máy, toa xe, trục vuông góc với trục x là trục y, góc  $\alpha$  bằng 0.  $R_{11}$  là bán kính vòng lăn của bánh xe tại điểm tiếp xúc,  $R_{12}$  bán kính bề mặt ngoài của mặt cắt ngang bánh xe,  $R_{21}$  là vô cùng lớn,  $R_{22}$  là bán kính bề mặt ngoài mặt cắt ngang của ray.



**Hình 2.** Hình dạng vết tiếp xúc của tiếp xúc Hertz

Nếu gọi a và b là hai bán trục của vùng tiếp xúc có dạng elip, có thể căn cứ công thức sau để tính toán phân bố lực tiếp xúc theo phương pháp tuyến:

$$p_z(x, y) = \frac{3}{2} \frac{N}{\pi ab} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2 - \left(\frac{y}{b}\right)^2} \quad (4)$$

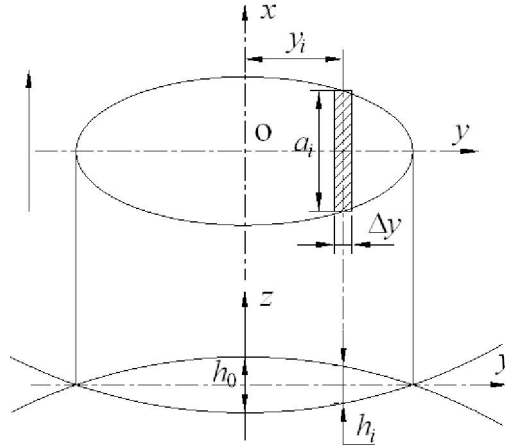
Trong đó: N: Tải trọng theo phương pháp tuyến.

## 2.2. Mô hình tiếp xúc bán Hertz

Mô hình này chia vùng tiếp xúc thành K dải theo chiều dọc có bề rộng bằng nhau, mỗi dải có bề rộng  $\Delta y$ , là trục dài theo phương dọc của dải thứ i. Khi đó các hệ số A, B trong tiếp xúc Hertz được biến đổi như sau [4]:

$$\begin{cases} A_{ci} = \left(\frac{n_i}{m_i}\right)^2 B_i \\ B_{ci} = B_i \end{cases} \quad (5)$$

Trong đó:  $n_i, m_i$ : Hệ số Hertz



**Hình 3.** Phân chia vùng tiếp xúc thành các dải

Do bán kính tại vùng tiếp xúc không phải là hằng số, do đó khe hở giữa 2 vật thể đàn tính được dùng công thức sau để tính:

$$z(x, y_i) = z_w(y_i) - z_r(y_i) + A_{ci}x^2 \quad (6)$$

Trong đó:

$z(x, y_i)$ : Khe hở theo phương pháp tuyến giữa ray và bánh xe tại dải thứ  $i$ .

$z_w(y_i)$  và  $z_r(y_i)$ : Vị trí theo phương pháp tuyến của bánh xe và ray.

Ứng lực theo phương pháp tuyến và tiếp tuyến của dải thứ  $y$  được tính như công thức sau:

$$\sigma_{z,i}(x) = \frac{4}{3\pi} \frac{1}{n_i r_i} \frac{E}{1-\nu^2} \left(1 - \left(\frac{x}{a_i}\right)^2\right) \frac{h_i}{a_i} \frac{a_i}{a} \frac{1}{\varepsilon_i} \quad (7)$$

$$\sigma_{x,i} = -\frac{3}{8} GC_{11,i} \xi_{x,i} \left(1 - \frac{x}{a_i}\right) \frac{a_i}{a} \quad (8)$$

$$\sigma_{y,i} = -\left(\frac{3}{8} GC_{22,i} \xi_{y,i} + \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{n_i}{m_i}} GC_{23,i} \phi_i(a_i + x)\right) \left(1 - \frac{x}{a_i}\right) \frac{a_i}{a} \quad (9)$$

Trong đó

$\sigma_{z,i}$ : Ứng lực tiếp xúc theo phương pháp tuyến ;

$\sigma_{x,i}$  và  $\sigma_{y,i}$ : Ứng lực tiếp xúc theo phương dọc và phương ngang của dải thứ  $i$ ;

$\xi_{x,i}$ ,  $\xi_{y,i}$  và  $\phi_i$ : Suất trượt đàn hồi theo phương dọc, phương ngang và trượt xoay.

### 2.3. Mô hình phi Hertz 3 chiều của Kalker

Kalker căn cứ vào nguyên lý về lực học đàn tính, đồng thời dựa vào công thức về mối quan hệ giữa lực và dịch chuyển của Bossinesq-Ceruti để đưa ra nguyên lý về dư năng. Trong quá trình nghiên cứu, tác giả chia vùng tiếp xúc thành dạng lưới gồm nhiều ô vuông (đơn nguyên) như hình 4. Nguyên lý về dư năng như sau [5,6]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{P_j} C = \frac{1}{2} P_{ii} A_{iiJ} P_{Jj} + \{ (z_{0J} - q) P_{J3} + (W_{J\tau} - u_{J\tau}) P_{J\tau} \} A_0 \\ P_{J3} \geq 0, \quad |P_{J\tau}| \leq b_J \quad \forall x \in A_c \\ A_0 \sum_J^K P_{J3} = P \end{array} \right. \quad (10)$$

Trong đó:

$i, j = 1, 2, 3$ : Biểu thị 3 phương của hệ tọa độ tiếp xúc  $x_1, x_2$  và  $x_3$ .

$C$ : Dự năng của hệ thống.

$I, J$ : Vị trí đơn nguyên trong vùng tiếp xúc.

$A_{iiJ}$ : Hệ số ảnh hưởng của lực và độ dịch chuyển.

$P_{ii}$ : Lực tác dụng tại đơn nguyên  $I$  theo phương  $i$ .

$P_{Jj}$ : Lực tác dụng tại đơn nguyên  $J$  theo phương  $j$ .

$z_{0J}$ : Khe hở tiếp xúc theo phương pháp tuyến tại đơn nguyên  $J$ .

$q$ : Khe hở tiếp xúc tại gốc tọa độ.

$u_{J\tau}$ : Lượng trượt.

$W_{J\tau}$ : Lượng trượt cứng tương đối giữa bánh xe và ray tại đơn nguyên  $J$ .

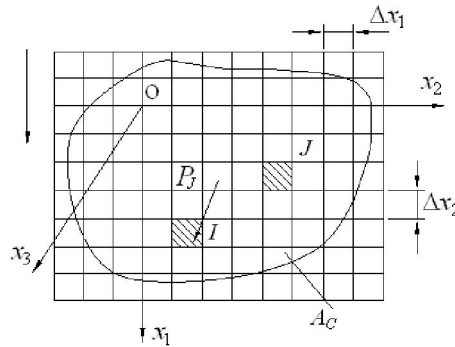
$A_0$ : Diện tích của đơn nguyên.

$b_j$ : Lực ma sát cực hạn tại đơn nguyên  $J$ .

$P$ : Tổng lực theo phương pháp tuyến.

$K$ : Tổng số đơn nguyên.

$A_c$ : Vùng tiếp xúc.



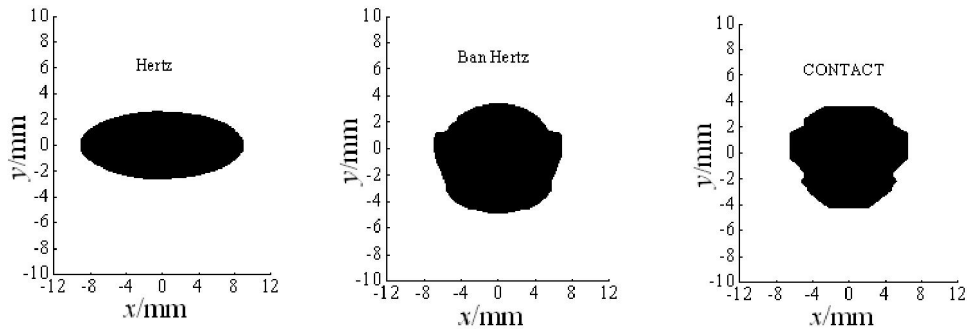
**Hình 4.** Chia vùng tiếp xúc thành dạng lưới

Từ nguyên lý này, Kalker đã đưa ra mô hình tính toán CONTACT, có thể tính toán được các tham số trong vùng tiếp xúc. Đây là mô hình hoàn thiện nhất trong lĩnh vực tiếp xúc giữa bánh xe và ray, tuy nhiên tốc độ tính toán rất chậm, thời gian tính toán dài. Do đó, mô hình này ít được dùng trong các công trình tính toán hao mòn mà có khối lượng tính toán lớn, chỉ dùng làm mô hình chuẩn để đánh giá độ chính xác của các mô hình khác<sup>[7]</sup>.

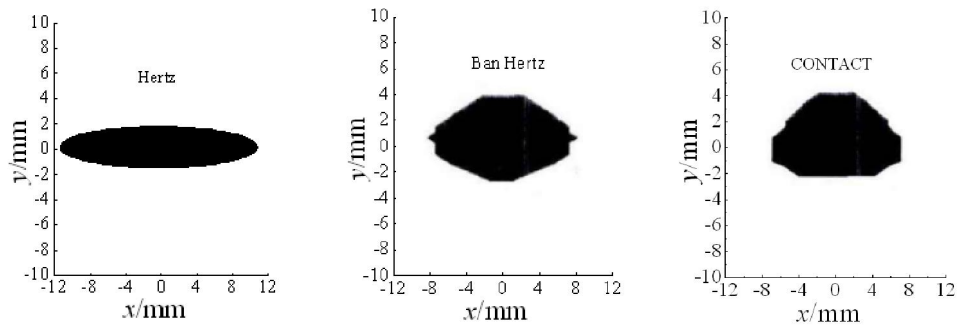
### 3. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Để phân tích, so sánh giữa các mô hình, tiến hành tính toán và so sánh về hình dạng tiếp xúc, diện tích tiếp xúc và ứng lực tiếp xúc theo phương pháp tuyến. Biên dạng mặt lăn bánh xe và ray sử dụng trong quá trình tính toán là mặt lăn bánh xe đầu máy D19E và ray loại P43.

Khi bánh xe tiếp xúc với ray, sử dụng mô hình tiếp xúc Hertz, mô hình bán Hertz, và mô hình CONTACT để tính toán, kết quả hình dạng của vùng tiếp xúc như hình 5 và hình 6, diện tích tiếp xúc và ứng lực tiếp xúc lớn nhất như bảng 1.



Hình 5. Hình dạng tiếp xúc khi trục bánh dịch chuyển ngang 0mm



Hình 6. Hình dạng tiếp xúc khi trục bánh dịch chuyển ngang 6mm

Bảng 1. Diện tích tiếp xúc và ứng lực tiếp xúc lớn nhất

Mô hình	Trục bánh dịch chuyển ngang 0mm		Trục bánh dịch chuyển ngang 6mm	
	Diện tích tiếp xúc (mm <sup>2</sup> )	Ứng lực tiếp xúc lớn nhất (MPa)	Diện tích tiếp xúc (mm <sup>2</sup> )	Ứng lực tiếp xúc lớn nhất (MPa)
Hertz	71,32	1447,3	64,14	1495,7
Bán Hertz	87,41	1041,2	79,78	1203,8
Contact	82,18	1101,5	81,94	1165,2

Từ hình 5,6 và bảng 1 cho thấy, khi bộ trục bánh dịch chuyển ngang 0mm, hình dạng tiếp xúc khi sử dụng mô hình bán Hertz và mô hình CONTACT gần như nhau, hình dạng tiếp xúc tính theo mô hình Hertz khác biệt rất lớn. Ứng lực tiếp xúc theo mô hình Hertz lớn hơn so với các mô hình khác.

Khi bộ trục bánh dịch chuyển ngang 6mm, hình dạng tiếp xúc khi sử dụng mô hình Hertz khác nhiều so với khi sử dụng các mô hình khác. Sử dụng mô hình bán Hertz, hình dạng tiếp xúc gần với kết quả của mô hình CONTACT. Tỷ lệ diện tích tiếp xúc giữa mô hình Hertz và mô hình CONTACT là 0,78, giữa mô hình bán Hertz và mô hình CONTACT là 0,97. Ứng lực tiếp xúc lớn nhất theo phương pháp tuyến khi sử dụng mô hình Hertz lớn hơn so với kết quả của mô hình CONTACT 1,28 lần, kết quả của mô hình bán Hertz so với mô hình CONTACT là 1,03 lần.

Như vậy, tại 2 vị trí của trục bánh xe, kết quả tính toán theo mô hình bán Hertz đều gần với kết quả tính toán theo mô hình CONTACT. Tuy mô hình CONTACT là mô hình hoàn thiện nhất, kết quả tính toán có độ chính xác cao nhất, nhưng qua quá trình tính toán thực tế cũng như nhiều tài liệu chứng minh tốc độ tính toán của mô hình này chậm, thời gian tính toán dài [7].

Trong tính toán, phân tích về hao mòn thì khối lượng tính toán rất lớn, do đó tốc độ tính toán về tiếp xúc là một trong những nhân tố quan trọng quyết định mô hình có được ứng dụng trong các công trình tính toán hay không. Lựa chọn mô hình tính toán cần xem xét kết hợp giữa độ chính xác và tốc độ tính toán. Từ kết quả trên cho thấy, kết quả tính toán khi sử dụng mô hình bán Hertz gần với kết quả của mô hình CONTACT hơn mô hình Hertz, đồng thời tốc độ tính toán nhanh hơn so mô hình CONTACT, do đó kiến nghị sử dụng mô hình bán Hertz trong quá trình xác định hao mòn bánh xe.

#### 4. KẾT LUẬN

Bài báo đã trình bày một số mô hình tiếp xúc giữa bánh xe với ray và kết quả tính toán, đồng thời tiến hành phân tích và so sánh. Đối với tiếp xúc theo phương pháp tuyến, mô hình bán Hertz cho kết quả gần với mô hình CONTACT hơn mô hình Hertz, do đó khi tính toán thông số trong vùng tiếp xúc, lựa chọn mô hình bán Hertz sẽ cho kết quả có độ chính xác cao hơn. Kết quả của bài báo là tiền đề cho quá trình xác định hao mòn bánh xe đầu máy sau này.

#### LỜI CẢM ƠN

Tác giả cảm ơn sự hỗ trợ của các đồng nghiệp, thầy cô thuộc bộ môn Đầu máy toa xe, Khoa Cơ khí, Trường Đại học Giao thông vận tải trong nghiên cứu.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Hertz H. On the contact of elastic solids. *Reine und angewandte Mathematik*, 1882, (92): 156-171.
- [2]. 金学松, 刘启跃. 轮轨摩擦学. 北京: 中国铁道出版社, 2004.
- [3]. 无家龙. 弹性力学. 高等教育出版社, 2001.
- [4]. Ayasse J B, Chollet H. Determination of the wheel rail contact patch in semi-Hertzian conditions. *Vehicle System Dynamics*, 2005, 43(3): 161-172.
- [5]. Kalker J J. Three dimensional elastic bodies in rolling contact. *Dordrecht: Kluwer Academic Publisher*, 1990.
- [6]. Kalker J J. On the rolling contact of two elastic bodies in the presence of dry friction. *TU Delft Doctoral Thesis*, 1967.
- [7]. 金学松. 轮轨蠕滑理论及其试验研究. 成都, 西南交通大学博士学位论文, 1999.