

TIẾP CẬN ĐẠI SỐ GIA TỬ TRONG ĐIỀU KHIỂN DAO ĐỘNG KẾT CẤU CÔNG TRÌNH CHỊU TẢI ĐỘNG ĐẤT

THE APPROACH OF HEDGE ALGEBRAS IN VIBRATION CONTROL OF BUILDING STRUCTURES SUBJECTED TO SEISMIC EXCITATION

Bùi Hải Lê^{1,*}, Bùi Thanh Lâm²

TÓM TẮT

Bài toán điều khiển dao động kết cấu xây dựng chịu tải động đất được quan tâm nhiều trong những năm gần đây. Bài báo này giới thiệu về tiếp cận Đại số gia tử (Hedge-Algebras, HA) trong điều khiển dao động kết cấu. Trong đó, các bước thiết lập bộ điều khiển mờ dựa trên Đại số gia tử (Hedge-Algebras-based Fuzzy Controller, HAC) được trình bày tóm tắt. Ví dụ ứng dụng của HAC trong điều khiển dao động kết cấu được thực hiện trên mô hình kết cấu nhà cao tầng chịu tải động đất để chứng tỏ khả năng của HAC trong bài toán kể trên.

Từ khóa: Đại số gia tử, điều khiển, dao động kết cấu.

ABSTRACT

Vibration control problems of seismic-excited civil structures have attracted considerable attention in recent years. This paper introduces the approach of Hedge Algebras (HA) in vibration control of building structures subjected to seismic excitation. In which, establish steps of Hedge-Algebras-based Fuzzy Controller (HAC) are summarized. Application of HAC in vibration control is performed using a building model subjected to seismic excitations to prove the validity of the HAC in the aforementioned problem.

Keywords: Hedge Algebras, control, structural vibration.

¹Viện Cơ khí, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội

²Khoa Cơ khí, Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội

*Email: le.buihai@hust.edu.vn

Ngày nhận bài: 22/11/2019

Ngày nhận bài sửa sau phản biện: 05/01/2020

Ngày chấp nhận đăng: 20/02/2020

1. GIỚI THIỆU

Các dao động có hại làm giảm độ bền và độ an toàn của kết cấu, giảm độ chính xác và độ tin cậy của các thiết bị. Chính vì vậy, bài toán giảm các dao động có hại của các kết cấu, các thiết bị,... luôn có tính thời sự [1-5]. Dao động có hại xuất hiện trong khá nhiều lĩnh vực: phương tiện giao thông chịu kích động mặt đường; tàu thủy và các công trình ngoài khơi chịu tác động sóng gió; các tháp vô tuyến, các cao ốc chịu tác động gió và động đất; các cầu giao thông nhịp lớn chịu tác động của phương tiện vận tải; các cầu treo chịu tải trọng gió bão; các thiết bị, tước bin hoạt động với tốc độ cao... Trong lĩnh vực xây dựng, các công trình hiện đại đang ngày càng cao và dài nên khả năng dao động ngày càng lớn. Những công trình cao, dài, nhẹ và

mảnh trở nên rất phổ biến như các tháp vô tuyến, các cao ốc, các cầu nhịp dài, cầu dây văng, cầu treo, ống khói, các tháp cầu trong quá trình xây dựng... Đối với loại công trình này, các tải động như tải do gió, dòng chảy, sóng, động đất, phương tiện giao thông, va đập... sẽ gây ra các dao động nguy hiểm cho công trình [2]. Một chỉ tiêu quan trọng khi thiết kế các kết cấu công trình là giảm các đáp ứng động do tác động từ môi trường (tải động đất, tải trọng gió, tải trọng sóng,...) và đây cũng là hướng nghiên cứu đang được quan tâm hiện nay [6-9]. Lý thuyết mờ được Zadeh phát triển vào năm 1965 đã giới thiệu một công cụ toán học hữu dụng để mô hình hóa các dữ liệu định tính, không chắc chắn và đã được dùng trong nhiều ứng dụng thực tế nói chung và trong điều khiển (ĐK) dao động kết cấu nói riêng [6, 10-17]. Mặc dù một bộ điều khiển mờ truyền thống (Classical Fuzzy Controller, FC) linh hoạt và đơn giản khi thiết kế nhưng thứ tự ngữ nghĩa của các giá trị ngôn ngữ không được đảm bảo chặt chẽ và các bước mờ hóa, hợp thành và giải mờ của bộ điều khiển khá phức tạp về mặt thao tác. Lý thuyết Đại số gia tử (HA) được giới thiệu từ năm 1990 [18-24] đã phát triển được những kết quả quan trọng: các giá trị ngôn ngữ có thể được thiết lập dưới dạng một cấu trúc đại số và đó là một cấu trúc đại số gia tử đầy đủ với một thuộc tính chính là thứ tự ngữ nghĩa của các giá trị ngôn ngữ luôn được đảm bảo. Cấu trúc này có thể mô tả đầy đủ quá trình suy luận định tính. Ứng dụng của HAC trong điều khiển dao động kết cấu [25-28] đã thu được những kết quả tích cực. Trong bài báo này, các bước thiết lập và ứng dụng của HAC trong điều khiển dao động kết cấu công trình chịu tải động đất được trình bày tóm tắt dựa trên [28].

2. ÁNH XẠ NGỮ NGHĨA ĐỊNH LƯỢNG TRONG HAC

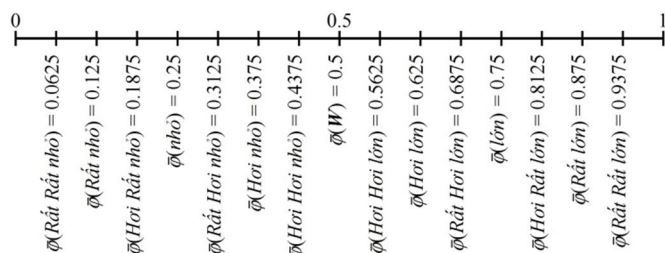
Ý tưởng và các công thức cơ bản của HA đã được trình bày trong [24, 28]. Theo nghĩa của các nhân ngôn ngữ có thể thấy rằng Vô cùng nhỏ < Rất nhỏ < nhỏ < Hơi nhỏ < Hơn lớn < lớn < Rất lớn < Vô cùng lớn... Như vậy, chúng ta có một quan điểm mới: tập hợp ngôn ngữ có thể mô hình hóa bằng một poset (partially ordered set - tập hợp có thứ tự), một cấu trúc thứ tự dựa trên các ngữ nghĩa. Cách thiết lập: Coi BIẾN ĐỘ DAO ĐỘNG là một biến ngôn ngữ và X là tập hợp các giá trị ngôn ngữ. Giả thiết rằng các gia tử ngôn ngữ được sử dụng để biểu diễn BIẾN ĐỘ DAO ĐỘNG gồm Vô

cùng, Rất và Hơi, và các phần tử sinh là nhỏ và lớn. Như vậy, $X = \{Vô cùng nhỏ, Rất nhỏ, nhỏ, Hơi nhỏ, Hơi lớn, lớn, Rất lớn, Vô cùng lớn...\} \cup \{0, W, 1\}$ là một tập hợp giá trị ngôn ngữ của BIẾN ĐỘ DAO ĐỘNG, trong đó $0, W$ và 1 tương ứng là những phần tử đặc trưng cận trái (Tuyệt đối nhỏ), trung hòa và cận phải (Tuyệt đối lớn). Tập hợp ngôn ngữ X có thể sắp xếp thứ tự dựa trên những quan sát sau:

- Mỗi phần tử sinh có một dấu thể hiện xu hướng ngữ nghĩa. Ví dụ, lớn có xu hướng "đi lên", gọi là xu hướng dương, và ký hiệu là c^+ , trong khi nhỏ có xu hướng "đi xuống", gọi là xu hướng âm, ký hiệu là c^- . Nhìn chung, về mặt ngữ nghĩa chúng ta luôn có $c^+ \geq c^-$.

- Mỗi gia tử cũng có một dấu, là dương nếu làm tăng và âm nếu làm giảm xu hướng ngữ nghĩa của các phần tử sinh. Ví dụ, Vô cùng là dương với tất cả các phần tử sinh, Hơi gây ra hiệu ứng ngược lại nên là âm. Tập hợp các gia tử âm và dương được ký hiệu là H^- và H^+ .

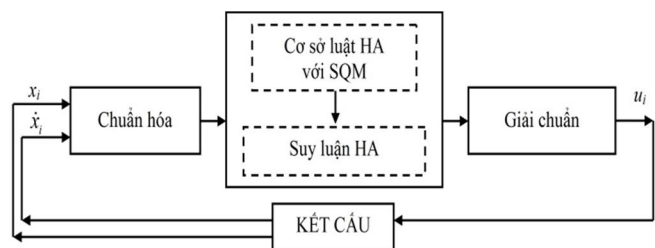
Tập hợp ngôn ngữ X có thể được coi là một đại số trừu tượng (abstract algebra) $AX = (X, G, C, H, \leq)$, trong đó $G = \{c^-, c^+\}$, $C = \{0, W, 1\}$, $H = H^+ \cup H^-$ và \leq là một quan hệ thứ tự trên X . Giả thiết $H^- = \{h_{-1}, \dots, h_{-q}\}$, trong đó $h_{-1} < h_{-2} < \dots < h_{-q}$, $H^+ = \{h_1, \dots, h_p\}$, với $h_1 < h_2 < \dots < h_p$. Sau khi áp dụng các công thức tính độ đo tính mờ của các phần tử sinh và các gia tử trong tập hợp ngôn ngữ, có thể xác định được ánh xạ ngữ nghĩa định lượng (Semantically quantifying mapping, SQM) $\bar{\varphi}$ của toàn bộ các giá trị ngôn ngữ của biến ngôn ngữ (hình 1) chỉ thông qua 2 tham số đầu vào là tổng độ đo tính mờ của các phần tử sinh âm $fm(c^-)$ và tổng độ đo tính mờ của các gia tử âm $\mu(h^-)$.



Hình 1. Các ánh xạ ngữ nghĩa định lượng $\bar{\varphi}$

3. BỘ ĐIỀU KHIỂN HAC

Trong phần này, bộ điều khiển HAC được thiết lập dựa trên [28]. Sơ đồ nguyên lý hoạt động của HAC tỉ lệ - vi phân (chuyển vị - vận tốc) cho lực điều khiển u_i tại bậc tự do (DOF) thứ i được trình bày trên hình 2. Đây là bộ ĐK gồm 2 đầu vào x_i và \dot{x}_i (chuyển vị và vận tốc) và 1 đầu ra u_i (lực ĐK).



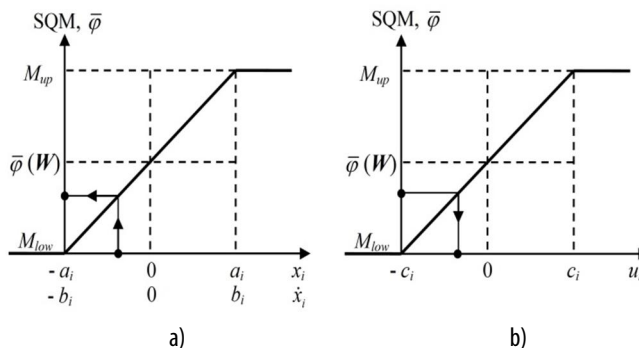
Hình 2. Sơ đồ nguyên lý hoạt động của HAC tỉ lệ - vi phân

Khoảng xác định của các biến trạng thái x_i, \dot{x}_i và biến điều khiển u_i :

$$x_i \in [-a_i, a_i]; \dot{x}_i \in [-b_i, b_i]; u_i \in [-c_i, c_i].$$

3.1. Chuẩn hóa và giải chuẩn trong HAC

Sơ đồ chuẩn hóa và giải chuẩn tuyến tính trong HAC được thể hiện trên hình 3. Trong đó, M_{up} và M_{low} phụ thuộc vào khoảng xác định và sự lựa chọn các giá trị ngôn ngữ với SMQ (hình 1) của các biến ngôn ngữ.



Hình 3. Sơ đồ chuẩn hóa (a) và giải chuẩn (b) tuyến tính trong HAC

So sánh với bước mờ hóa của một bộ điều khiển mờ truyền thống (fuzzy controller - FC), thay vì xác định dạng, phân bố, các điều kiện biên và các thuộc tính khác của các hàm thuộc (core, support, normal hoặc subnormal, convex hoặc non-convex,...), bước chuẩn hóa của HAC sử dụng các phép nội suy đơn giản và tường minh, không cần bất kì điều kiện biên nào của các SQM vì thứ tự ngữ nghĩa vốn có của các giá trị ngôn ngữ của biến ngôn ngữ luôn được đảm bảo.

Trong FC, sau khi tổ hợp các suy luận, tập mờ đầu ra thường rất phức tạp. Bước giải mờ, chuyển đổi tập mờ đầu ra thành giá trị thực của biến điều khiển, đòi hỏi nhiều phương pháp khá rắc rối như trọng tâm, cực đại, cực tiểu, trung bình,... Trong HAC, để chuyển đổi từ các giá trị SQM thành các giá trị thực của biến điều khiển, bước giải chuẩn có thể sử dụng lại sơ đồ của bước chuẩn hóa, nghĩa là đây cũng là một bước sử dụng các phép nội suy đơn giản và tường minh (hình 3).

3.2. Cơ sở luật HA với SQM

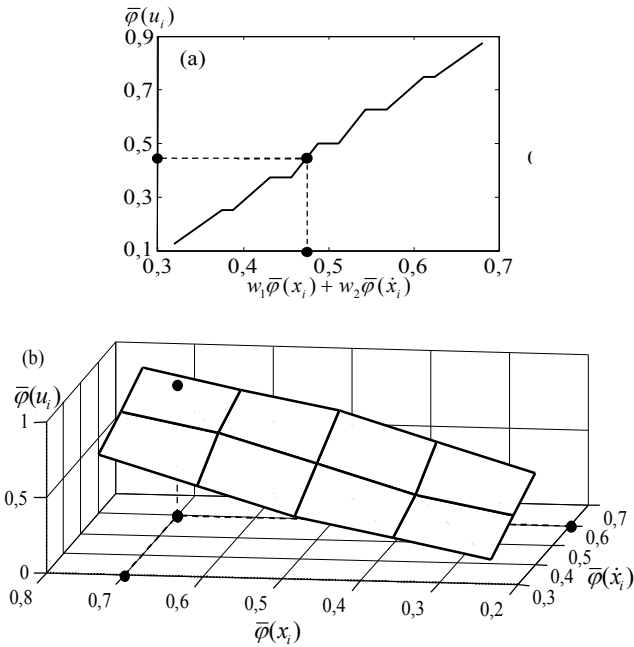
Cơ sở luật đặc trưng trong điều khiển mờ với các giá trị SQM của các giá trị ngôn ngữ trong bộ điều khiển HAC được thể hiện trên bảng 1, trong đó, $fm(c^-) = 0,5$ và $\mu(h^-) = 0,5$.

Bảng 1. Cơ sở luật với SQM của HAC

x_i	\dot{x}_i		
	Hơi nhỏ: 0,375	W: 0,5	Hơi lớn: 0,625
nhỏ: 0,25	Rất lớn: 0,875	lớn: 0,75	Hơi lớn: 0,625
Hơi nhỏ: 0,375	lớn: 0,75	Hơi lớn: 0,625	W: 0,5
W: 0,5	Hơi lớn: 0,625	W: 0,5	Hơi nhỏ: 0,375
Hơi lớn: 0,625	W: 0,5	Hơi nhỏ: 0,375	nhỏ: 0,25
lớn: 0,75	Hơi nhỏ: 0,375	nhỏ: 0,25	Rất nhỏ: 0,125

3.3. Suy luận HA

Các giá trị SQM trong hệ luật của HAC cho phép biểu diễn hệ luật này dưới dạng hình học để thể hiện mối quan hệ giữa các biến trạng thái đầu vào và biến điều khiển đầu ra. Các cách biểu diễn này có thể coi là phương pháp suy luận của HAC thay vì phải sử dụng ba bước để suy luận như trong FC gồm: đánh giá ảnh hưởng của từng luật, xác định kết luận của từng luật, tổ hợp các kết luận để thu được tập mờ đầu ra. Suy luận HA sử dụng đường cong ngữ nghĩa định lượng sử dụng phép cộng (a) với các trọng số w_1, w_2 và mặt cong ngữ nghĩa định lượng (b) đối với HAC được thể hiện trên hình 4.



Hình 4. Suy luận trong HAC

3.4. So sánh các bộ điều khiển FC và HAC

Qua các bước thiết kế của HAC, có thể so sánh các bước thiết lập và hoạt động giữa FC và HAC như trên bảng 2.

Bảng 2. So sánh HAC và FC

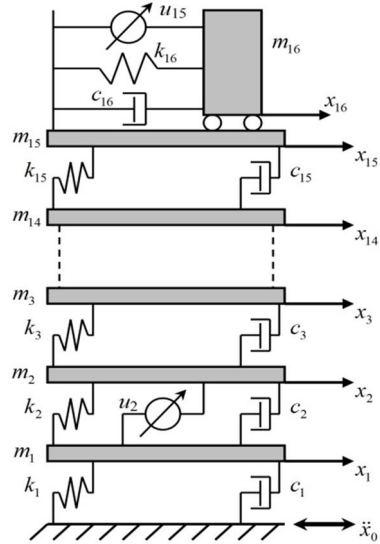
Bước	Chỉ tiêu so sánh	HAC	FC
SQM và các tham số mờ hóa	Số lượng tham số	2 ($f_m(c^-)$ và $\mu(h^-)$: không phụ thuộc và số lượng biến đầu vào và đầu ra)	Nhiều (các tham số chống lẫn của các hàm thuộc; phụ thuộc và số lượng biến đầu vào và đầu ra)
Chuẩn hóa và Mờ hóa	Số tham số ảnh hưởng	1 (phương pháp chuyển đổi)	8 (dạng, phân bố và các điều kiện biên của các hàm thuộc; core, support, biên, normal hoặc subnormal, convex hoặc non-convex của mỗi hàm thuộc)
	Hoạt động	Đơn giản	Rắc rối

Cơ sở luật	Hoạt động	Giống nhau	
		Biểu diễn hình học của hệ luật	Các hàm thuộc/Các tập mờ
Suy luận	Mô hình toán	1 (Mặt hoặc đường)	Nhiều (3 bước)
	Số tham số ảnh hưởng	Đơn giản	Rắc rối
Giải chuẩn và Giải mờ	Hoạt động	1 (phương pháp chuyển đổi)	1 (phương pháp giải mờ)
	Số tham số ảnh hưởng	Đơn giản	Rắc rối

Qua các phân tích trên, có thể thấy rằng HAC đơn giản và thuận tiện hơn khi thiết lập, tính cấu trúc cao hơn và tường minh hơn trong thực hiện khi so sánh với FC.

4. VÍ DỤ SỐ

Xét mô hình nhà 15 tầng gắn thiết bị điều khiển chủ động khối lượng (ATMD) chịu tải động đất tại liên kết với 2 máy kích động như trên hình 5 [28] (hệ 16 bậc tự do - DOF). Trong đó, các thông số của kết cấu gồm: $m_1 = 450$; $m_i = 345,6 (10^3 \text{kg})$, $i = 2 \div 15$; $m_{16} = 104,918 (10^3 \text{kg})$; $c_1 = 261,7$; $c_i = 2937 (10^2 \text{Ns/m})$, $i = 2 \div 15$; $c_{16} = 5970 (10^2 \text{Ns/m})$; $k_1 = 180,5$; $k_i = 3404 (10^5 \text{N/m})$, $i = 2 \div 15$; $k_{16} = 280 (10^5 \text{N/m})$; Lực điều khiển cực đại $u_{2\text{max}} = 600 \text{kN}$ và $u_{15\text{max}} = 2000 \text{kN}$; Tải \ddot{x}_0 được lấy từ gia tốc nền của trận động đất El Centro năm 1940 với gia tốc cực đại là $0,35g$ và trận động đất Northridge năm 1994 với gia tốc cực đại là $0,57g$.



Hình 5. Mô hình nhà 15 tầng chịu tải động đất [28]

Phương trình trạng thái của hệ chịu tải gia tốc tại liên kết \ddot{x}_0 với véc tơ lực điều khiển $\{F\}$, như sau:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} - [M]\{r\}\ddot{x}_0$$

Trong đó, $\{x\} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_{14} \ x_{15} \ x_{16}]^T$, $\{F\} = [-u_2 \ u_2 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ u_{15} \ -u_{15}]^T$, $\{r\} = [m_1 \ m_2 \ m_3 \ \dots \ m_{14} \ m_{15} \ m_{16}]^T$. Các lực điều khiển u_2 và u_{15} dựa trên các bộ điều khiển được thiết kế và được sinh ra từ các máy kích động.

Các ma trận khối lượng [M], cản [C] và độ cứng [K] có kích thước $n \times n$ ($n = 16$) như sau:

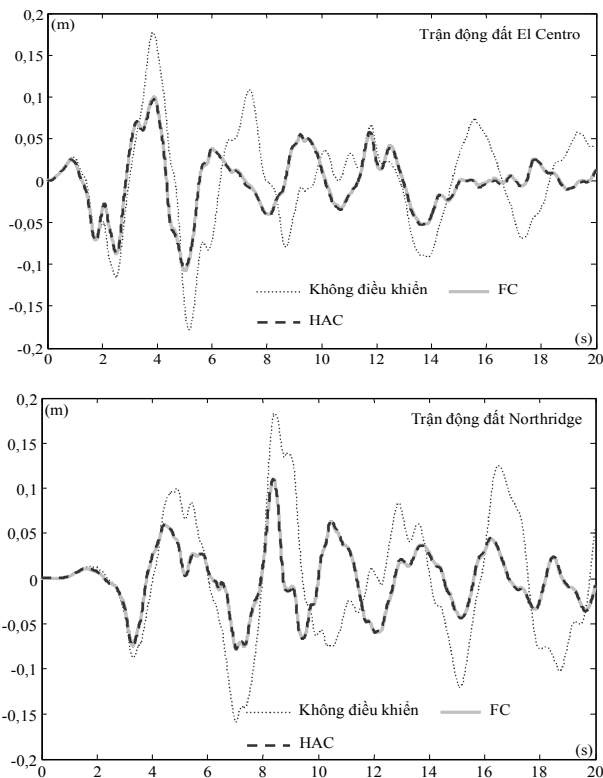
$$[M] = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & m_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & m_n \end{bmatrix}$$

$$K_{ij} = \begin{cases} k_i + k_{i+1} & i = j \neq n \\ k_n & i = j = n \\ -k_i & i - j = 1 \\ -k_{i+1} & j - i = 1 \\ 0 & \text{Khác} \end{cases}$$

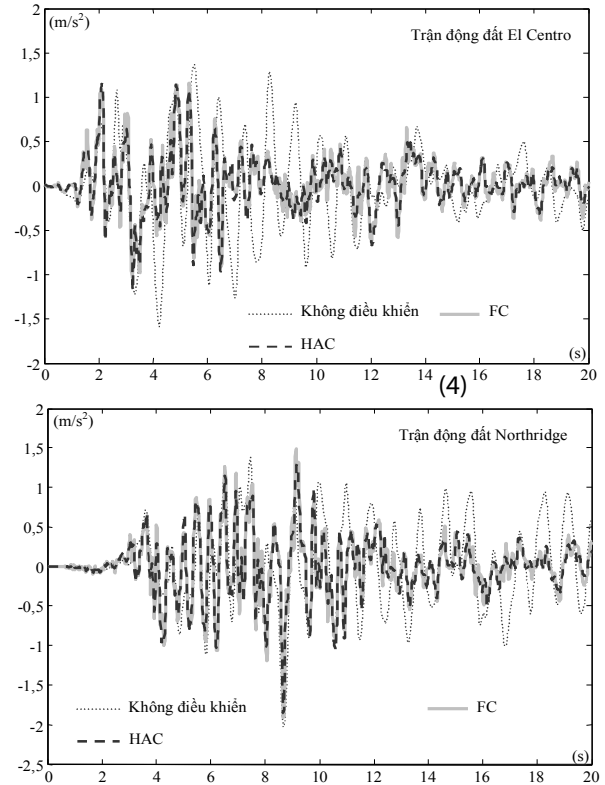
$$C_{ij} = \begin{cases} c_i + c_{i+1} & i = j \neq n \\ c_n & i = j = n \\ -c_i & i - j = 1 \\ -c_{i+1} & j - i = 1 \\ 0 & \text{Khác} \end{cases}$$

Mục đích của bài toán là tìm các lực điều khiển $u_2(t)$ và $u_{15}(t)$ để giảm chuyển vị của kết cấu bằng bộ điều khiển của các bộ điều khiển HAC và FC. Trong đó, $u_2(t)$ và $u_{15}(t)$ đều sử dụng bộ điều khiển đã được thiết lập ở mục 3 với các khoảng xác định của các biến khác nhau.

Chuyển vị tương đối (storey drift) của tầng 1 và gia tốc tuyệt đối (absolute acceleration) của tầng 15 theo thời gian lần lượt được thể hiện trên hình 6 và 7.



Hình 6. Chuyển vị tương đối (storey drift) của tầng 1 theo thời gian



Hình 7. Gia tốc tuyệt đối (absolute acceleration) của tầng 15 theo thời gian

Qua các kết quả trên hình 6 và 7 có thể thấy rằng, HAC đáp ứng mục tiêu điều khiển kết cấu công trình chịu tải động đất cả về chỉ tiêu chuyển vị tương đối (liên quan đến độ an toàn của công trình) và chỉ tiêu gia tốc tuyệt đối (liên quan đến khả năng chịu đựng của con người). Hiệu quả điều khiển của HAC tương đồng với FC.

5. KẾT LUẬN

Qua các bước thiết lập HAC, có thể thấy rằng:

- HAC có tính cấu trúc và luôn đảm bảo thứ tự ngữ nghĩa của các giá trị ngôn ngữ (hình 1).
- Các bước chuẩn hóa, suy luận HA và giải chuẩn của HAC rất đơn giản vì chỉ là những bước ánh xạ hoặc nội suy tuyến tính; bước giải chuẩn (hình 3b) trùng với bước chuẩn hóa (hình 3a); chỉ có một luật hoạt động trên một vòng lặp điều khiển
- Chỉ cần hai tham số độc lập ($f_m(c^-)$ và $\mu(h^-)$) để mô tả toàn bộ các giá trị ngôn ngữ của biến ngôn ngữ; dễ dàng khi tối ưu vì chỉ cần hai tham số độc lập tương ứng với hai biến thiết kế và không cần ràng buộc về thứ tự ngữ nghĩa giữa các giá trị ngôn ngữ để thiết kế bộ điều khiển HAC tối ưu.
- Các nhận xét trên cho thấy các ưu điểm của HAC so với bộ điều khiển mờ truyền thống trong điều khiển nói chung và điều khiển dao động kết cấu nói riêng.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ phát triển khoa học và công nghệ quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số "107.01-2017.306"

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. Soong TT., 1989. *Active Structural Control: Theory and Practice*. JohnWiley & Sons: NewYork.
- [2]. Nguyễn Đông Anh và cs, 2007. *Giảm dao động bằng thiết bị tiêu tán năng lượng*. NXB Khoa học tự nhiên và Công nghệ.
- [3]. Cheng FY, Jiang H and Lou K., 2008. *Smart Structures, Innovative Systems for Seismic Response Control*. CRC Press: USA.
- [4]. Anh ND, Matsuhisa H, Viet LD and Yasuda M., 2007. *Vibration control of an inverted pendulum type structure by passive mass-spring-pendulum dynamic vibration absorber*. Journal of Sound and Vibration, 307, 187–201..
- [5]. Teng TL, Peng CP and Chuang C., 2000. *A study on the application of fuzzy theory to structural active control*. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 189, 439–448.
- [6]. Pourzeynali S, Lavasani HH and Modarayi AH., 2007. *Active control of high rise building structures using fuzzy logic and genetic algorithms*. Engineering Structures, 29, 346–357.
- [7]. Yamazaki S, Nagata N and Abiru H., 1992. *Tuned active dampers installed in the Minato Mirai (MM) 21 Landmark Tower in Yokohama*. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 41-44, 1937-1948.
- [8]. Sakamoto M, Sasaki K and Kobori T., 1992. *Active structural response control system*. Mechatronics, 2(5), 503-519.
- [9]. Cao H, Reinhorn AM and Soong TT., 1998. *Design of an active for a tall TV tower in Nanjing-China*. Engineering Structures, 20(3), 134-143.
- [10]. Battaini M, Casciati F and Faravelli L., 1999. *Fuzzy control of structural vibration. An active mass system driven by a fuzzy controller*. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 27(11), 1267–1276.
- [11]. Park KS, Koh HM and Ok SY., 2002. *Active control of earthquake excited structures using fuzzy supervisory technique*. Advances in Engineering Software, 33, 761-768.
- [12]. Wang AP and Lin YH., 2007. *Vibration control of a tall building subjected to earthquake excitation*. Journal of Sound and Vibration, 299, 757–773.
- [13]. Guclu R and Yazici H., 2008. *Vibration control of a structure with ATMD against earthquake using fuzzy logic controllers*. Journal of Sound and Vibration, 318, 36–49.
- [14]. Li L, Song G and Ou J., 2011. *Hybrid active mass damper (AMD) vibration suppression of nonlinear high-rise structure using fuzzy logic control algorithm under earthquake excitations*. Struct. Control Health Monit., 18(6), 698–709.
- [15]. Al-Dawod M, Samali B and Li J., 2006. *Experimental verification of an active mass driver system on a five-storey model using a fuzzy controller*. Struct. Control Health Monit., 13, 917–943.
- [16]. Dounis AI, Tiropanis P, Syrcos GP and Tseles D., 2007. *Evolutionary fuzzy logic control of base-isolated structures in response to earthquake activity*. Struct. Control Health Monit., 14, 62–82.
- [17]. Reigles DG and Symans MD., 2006. *Supervisory fuzzy control of a base-isolated benchmark building utilizing a neuro-fuzzy model of controllable fluid viscous dampers*. Struct. Control Health Monit., 13, 724–747.
- [18]. Ho NC and Wechler W., 2008. *Hedge algebras: An algebraic approach to structure of sets linguistic truth values*. Fuzzy Set and Systems, 35, 281–293.
- [19]. Ho NC and Wechler W., 1992. *Extended hedge algebras and their application to fuzzy logic*. Fuzzy Set and Systems, 52, 259 - 281.
- [20]. Ho NC, Nam HV, Khang TD and Chau NH., 1999. *Hedge algebras, linguistic-valued logic and their application to fuzzy reasoning*. Internat. J. Uncertainty fuzziness knowledge-based systems, 7(4), 347–361.
- [21]. Ho NC and Nam HV., 2002. *An algebraic approach to linguistic hedges in Zadeh's fuzzy logic*. Fuzzy Sets and Systems, 129, 229–254.
- [22]. Ho NC., 2007. *A topological completion of refined hedge algebras and a model of fuzziness of linguistic terms and hedges*. Fuzzy Sets and Systems, 158, 436–451.
- [23]. Ho NC and Long NV., 2007. *Fuzziness measure on complete hedge algebras and quantifying semantics of terms in linear hedge algebras*. Fuzzy Sets and Systems, 158, 452–471.
- [24]. Ho NC, Lan VN and Viet LX., 2008. *Optimal hedge-algebras-based controller: Design and application*. Fuzzy Sets and Systems, 159, 968–989.
- [25]. Hai-Le Bui, Duc-Trung Tran, Vu-Nhu Lan, 2011. *Optimal fuzzy control of an inverted pendulum*. Journal of Vibration and Control 18(14), 2097–2110.
- [26]. Nguyen Dinh Duc, Nhu-Lan Vu, Duc-Trung Tran, Hai-Le Bui, 2011. *A study on the application of hedge algebras to active fuzzy control of a seism-excited structure*. Journal of Vibration and Control 18(14), 2186–220011.
- [27]. Anh N. D., Hai-Le Bui, Nhu-Lan Vu and Duc-Trung Tran, 2013. *Application of hedge algebra-based fuzzy controller to active control of a structure against earthquake*. Struct. Control Health Monit., 20, 483–495.
- [28]. Hai-Le Bui, Cat-Ho Nguyen, Nhu-Lan Vu, Cong-Hung Nguyen, 2015. *General design method of hedge-algebras-based fuzzy controllers and an application for structural active control*. Applied Intelligence, 43, 251–275.

AUTHORS INFORMATION

Bui Hai Le¹, Bui Thanh Lam²¹School of Mechanical engineering, Hanoi University of Science and Technology²Faculty of Mechanical Engineering, Hanoi University of Industry